Prof. Dr. Alfred Toth

Surreale semiotische Morphismen

1. Mit Hilfe von surrealen Zahlen, auch Conway-Zahlen oder Conway-Spiele genannt (vgl. Conway/Guy 1996, S. 283 ff.; Hermes 1992, S. 276 ff.), kann man die Primzeichen (Bense 1981, S. 17 ff.) wie folgt definieren:

$1 \equiv (\{0\}, \emptyset)$

$2 \equiv (\{0, 1\}, \emptyset)$

$3 \equiv (\{0, 1, 2\}, \emptyset)$

...

$n+1 \equiv (\{0, ..., n\}, \emptyset\}$

$\omega \equiv (\{0, 1, 3, ...\}, \emptyset\}$

Für zwei zwischen zwei natürlichen Zahlen liegende Zahlen gilt z.B.

$½ \equiv (\{0\}, \{1\}\}$.

2. Wie man sieht, korrespondiert diese neue Einführung der Conway-Zahlen mit der fundamentalen Eigenschaft der Selbstenthaltung des Zeichens bzw. seiner Relata, vgl. die Zeichendefinition von Bense (1979, S. 53):

$ZR = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$

Wir erhalten daher sofort

$ZR = ((\{0\}, \emptyset) \rightarrow (((\{0\}, \emptyset) \rightarrow (\{0, 1\}, \emptyset)) \rightarrow ((\{0\}, \emptyset) \rightarrow (\{0, 1\}, \emptyset) \rightarrow (\{0, 1, 2\}, \emptyset))))$.

Vom kategorietheoretischen Standpunkt aus verändern sich beim Wechsel von natürlichen zu surrealen Zahlen also die Objekte, genauer: die Domänen und Codomänen der semiotischen Abbildungen, nicht aber die Morphismen. Dies erlaubt es uns, auf bequeme Weise die in der klassischen, auf natürlichen

Zahlen basierten semiotischen Kategorietheorie (vgl. Bense 1981, S. 124 ff., Toth 1993, S. 21 ff.) definierten semiotischen Morphismen wie folgt „surreal" zu redefinieren:

$\alpha := 1 \to 2 \equiv (\{0\}, \emptyset) \to (\{0, 1\}, \emptyset)$

$\beta := 2 \to 3 \equiv (\{0, 1\}, \emptyset) \to (\{0, 1, 2\}, \emptyset)$

Inverse:

$\alpha° := 1 \leftarrow 2 \equiv (\{0, 1\}, \emptyset) \to (\{0\}, \emptyset)$

$\beta° := 2 \leftarrow 3 \equiv (\{0, 1, 2\}, \emptyset) \to (\{0, 1\}, \emptyset)$

Komponierte:

$\beta\alpha := 1 \to 3 \equiv (\{0\}, \emptyset) \to (\{0, 1, 2\}, \emptyset)$

$\alpha°\beta° := 3 \to 1 \equiv (\{0, 1, 2\}, \emptyset) \to (\{0\}, \emptyset)$

3. Falls man das semiotische Leerzeichen nicht akzeptiert (wie dies in der gesamten Stuttgarter Schulem ausserhalb meiner Arbeiten der Fall ist, obvwohl es sich in natürlicher Weise aus der Potenzmenge der Menge der Primzeichen ergibt), kann man surreale Zahlen in einer Art von Dedekindschen Schnitten definieren (vgl. Toth 2011). Man erhält dann

$\alpha := 1 \to 2 \equiv (\{-1, 0\} \mid) \to \{-1, 0, 1 \mid \}$

$\beta := 2 \to 3 \equiv \{-1, 0, 1 \mid \} \to \{-1, 0, 1, 2 \mid \}$

Inverse:

$\alpha° := 1 \leftarrow 2 \equiv \{-1, 0, 1 \mid \} \to (\{-1, 0\} \mid)$

$\beta° := 2 \leftarrow 3 \equiv \{-1, 0, 1, 2 \mid \} \to \{-1, 0, 1 \mid \}$

Komponierte:

$\beta\alpha := 1 \to 3 \equiv (\{-1, 0\} \mid) \to \{-1, 0, 1, 2 \mid \}$

$\alpha°\beta° := 3 \to 1 \equiv \{-1, 0, 1, 2 \mid \} \to (\{-1, 0\} \mid)$.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Conway, John H./Guy, Richard, K., The Book of Numbers. New York 1998

Hermes, Hans, Zahlen und Spiele. In: Ebbinghaus, Heinz-Dieter et al., Zahlen. Berlin 1992, S. 276-297

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1993

Toth, Alfred, Conway-Semiotik mit Droste-Effekt. In: Eletronic Journal for Mathematical Semiotoics, 2011

07.04.2011